

1

(1)

0

解説

電車が等速運動しているから、進行方向に沿った慣性力は 0 である。

よって、おもりに働く重力と張力のつり合いにより、おもりは  $x=0$  で静止している。

(2)

$$x_0 = \frac{ld}{\sqrt{g^2 + d^2}}, \quad x = \frac{ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{g^2 + d^2}{l}} t \right)$$

解説

$$x_0 = l\theta \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{条件より, } \theta = \sin \theta = \frac{md}{m\sqrt{g^2 + d^2}} = \frac{d}{\sqrt{g^2 + d^2}} \quad \dots \textcircled{2} \quad \text{としてよい.}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{より, } x_0 = \frac{ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \quad \dots \text{(答)}$$

減速を開始したとき、点 O で静止していたおもりは、

つり合いの位置  $x_0$  を振動中心とし、単振動運動を開始する。

振動端点におけるおもりの速度は 0 だから、点 O は振動左端である。

よって、 $x_0 > 0$  より、単振動の振幅 =  $x_0$

初期位相を  $\alpha$ 、振動周期を  $T$  とすると、振動中心からの変位は  $x_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right)$  だから、

$$x = x_0 + x_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) \quad \therefore x = x_0 \left\{ 1 + \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \alpha\right) \right\}$$

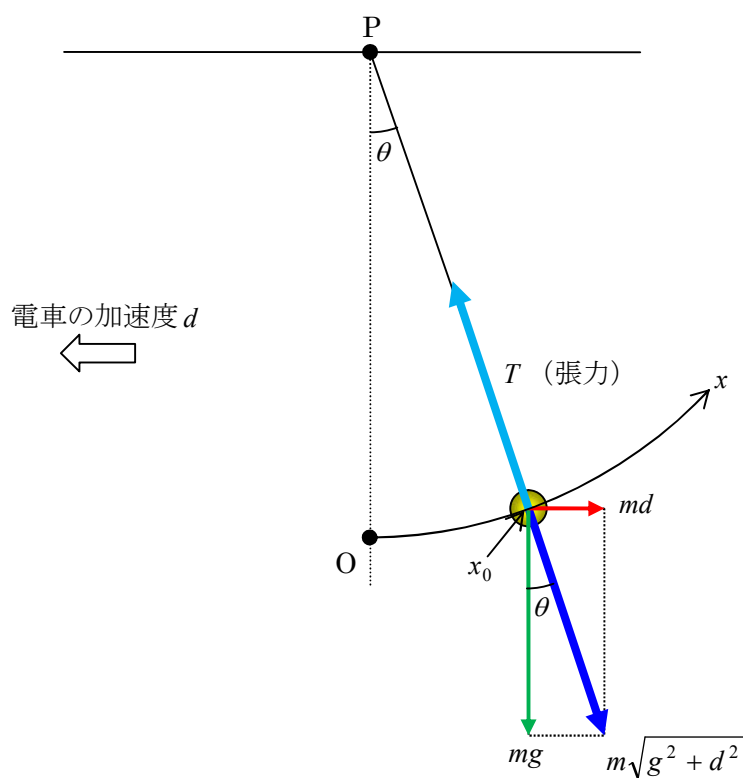
$$t=0 \text{ のとき, おもりは点 O にあるから } x=0 \quad \text{よって, } 0 = x_0(1 + \sin \alpha) \quad \therefore \alpha = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{よって, } x = x_0 \left\{ 1 + \sin\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right) \right\} = x_0 \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{T}t \right)$$

$$\text{これとみかけの重力が } \sqrt{g^2 + d^2} \text{ だから, } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + d^2}}}$$

$$\text{また, } x_0 = \frac{ld}{\sqrt{g^2 + d^2}}$$

$$\text{よって, } x = \frac{ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{g^2 + d^2}{l}} t \right) \quad \dots \text{(答)}$$



参考：単振動と単振動の力学的エネルギー

<http://www.toitemita.sakura.ne.jp/buturikonetapdf/tansindou-energy.pdf>

4. 単振子の運動方程式と単振動の式

(3)

(a)

$$\textcircled{1} v_0 = 2n\pi d \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + l^2}}} \quad \textcircled{2} \frac{1}{2}(m+M)v_0^2$$

**解説**

- ・電車が停止すると、慣性力が 0 になるから、つり合いの位置は点 O になる。
- ・電車が減速中の点 O は振動端点だから、点 O におけるおもりの速度は 0 である。

より、

電車が停止した時におもりが静止するためには、

電車が停止した瞬間のおもりの位置が点 O であればよい。

 $t=0$  のときおもりが点 O にあったから、 $n$  を自然数とすると、点 O に戻ってくるまでおもりは  $n$  回振動することになる。よって、点 O に戻ってくる時刻は  $nT$  である。このとき電車の速度が 0 になるから、 $0 = v_0 - d \cdot nT$ 

$$\text{これと } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + d^2}}} \text{ より、 } v_0 = 2n\pi d \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + l^2}}} \quad \dots \text{ (答)}$$

$$\text{減速前の全運動エネルギー} = \frac{1}{2}(m+M)v_0^2$$

停止したときの全運動エネルギー = 0 より、

$$\text{減速運動で失われた全運動エネルギーは、} \frac{1}{2}(m+M)v_0^2 \quad \dots \text{ (答)}$$

(b)

$$\textcircled{1} v_0 = (2n-1)\pi d \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + d^2}}} \quad \textcircled{2} x = \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \cos\left\{\sqrt{\frac{g}{l}}(t-t_0)\right\}$$

**解説**

- ・電車が停止すると、慣性力が 0 になるから、つり合いの位置は点 O になる。
- ・電車が減速中の点 O は振動端点だから、点 O におけるおもりの速度は 0 である。

より、

電車が停止した後のおもりの運動が一番大きくなるためには、

電車が停止した瞬間のおもりの位置が、

停止後のおもりの単振動運動の振幅が最大となる位置、

すなわち  $x = 2x_0$  であればよい。

$t=0$  のときおもりが点  $O$  にあったから、 $n$  を自然数とすると、  
おもりが  $x=2x_0$  の位置にくるまでの振動回数は  $n - \frac{1}{2}$  である。

よって、そのときの時刻は、 $\left(n - \frac{1}{2}\right)T$  である。

このとき電車の速度が  $0$  になるから、

$$0 = v_0 - d\left(n - \frac{1}{2}\right)T \quad \therefore v_0 = d\left(n - \frac{1}{2}\right)T \quad \dots \text{(答)}$$

$$\text{これと } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + d^2}}} \text{ より, } v_0 = (2n-1)\pi d \sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2 + d^2}}}$$

停止後からの経過時間  $= t - t_0$

$$\text{振幅} = 2x_0 = \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}}$$

$$\text{周期を } T' \text{ とすると, } T' = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

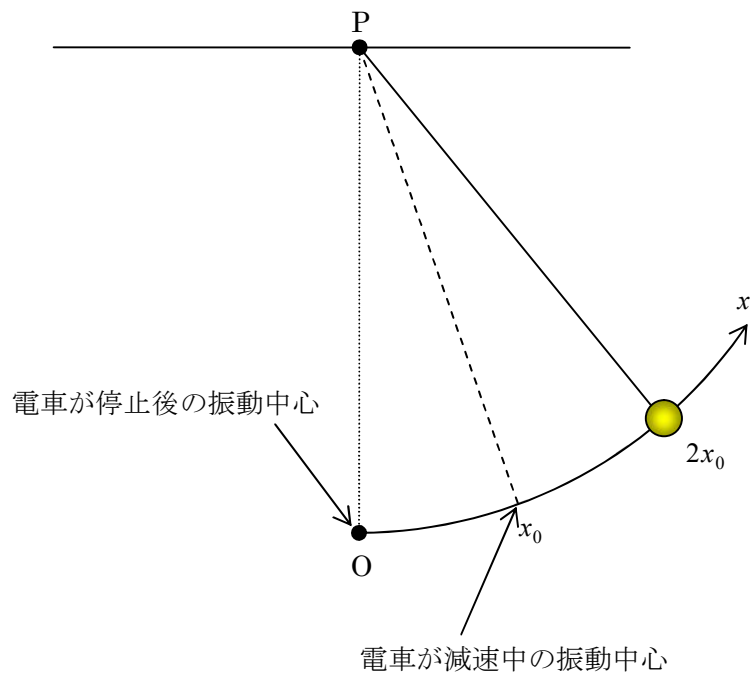
より、

$$\begin{aligned} x &= \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \sin \left\{ \frac{2\pi}{2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} (t - t_0) + \beta \right\} \\ &= \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \sin \left\{ \frac{g}{l} (t - t_0) + \beta \right\} \end{aligned}$$

$$t = t_0 \text{ のとき, } x = 2x_0 = \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \text{ より,}$$

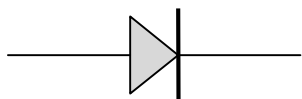
$$\frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} = \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \sin \beta \quad \therefore \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{よって, } x = \frac{2ld}{\sqrt{g^2 + d^2}} \cos \left\{ \sqrt{\frac{g}{l}} (t - t_0) \right\} \quad \dots \text{(答)}$$



2

[A]



+ - 電荷の移動が起こる。  
電界の向き

- + 電荷の移動が起こらない。

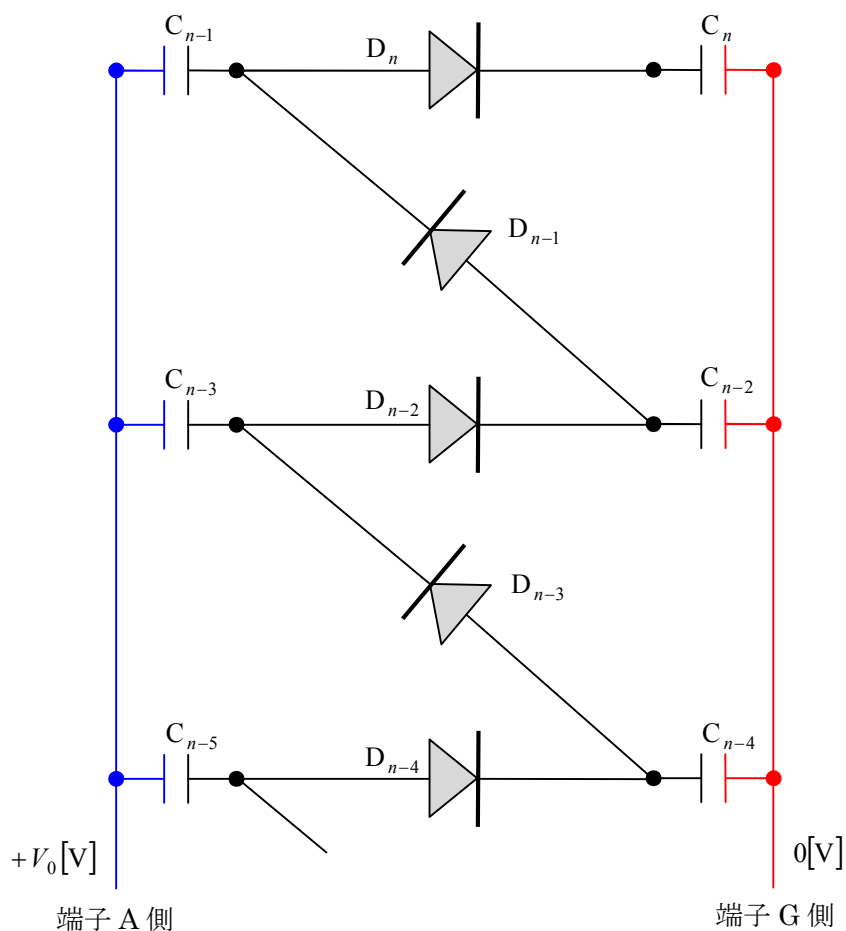
電荷の移動が起こらないダイオードを回路図から除いて考えればよい。

(1)

ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過した電気量 : 0

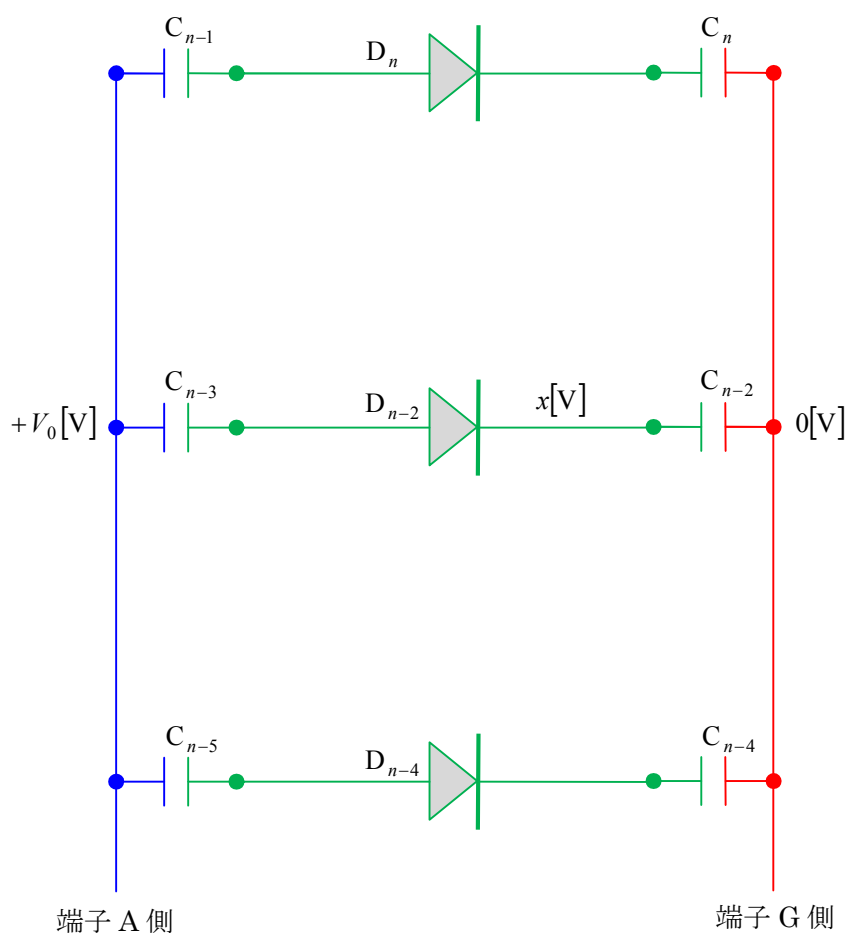
ダイオード  $D_{n-2}$  を通過した電気量 :  $\frac{1}{2}CV_0$

解説



端子 A 側の方が高電位だから、電界は端子 A 側の極板から端子 G 側の極板の向きである。  
よって、ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  の部分では、静電誘導による電荷の移動が起こらない。  
すなわち、ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過する電気量は 0 ……(答)

したがって、充電は下図の回路で考えればよい。



充電が終了したときの緑色部分の電位を  $x[V]$  とすると、  
 緑色部分のコンデンサー  $C_{n-3}$  の極板の電荷は  $-C(V_0 - x)$ 、  
 緑色部分のコンデンサー  $C_{n-2}$  の極板の電荷は  $C(x - 0)$

緑色部分の総電気量は 0 だから、 $-C(V_0 - x) + C(x - 0) = 0 \quad \therefore x = \frac{V_0}{2}$

よって、充電が終了したときの緑色部分のコンデンサー  $C_{n-2}$  の極板の電荷は  $\frac{1}{2}CV_0$

最初、緑色部分のコンデンサー  $C_{n-2}$  の極板の電荷は 0 だったから、

ダイオード  $D_{n-2}$  を通過した電気量は  $\frac{1}{2}CV_0$  ……(答)

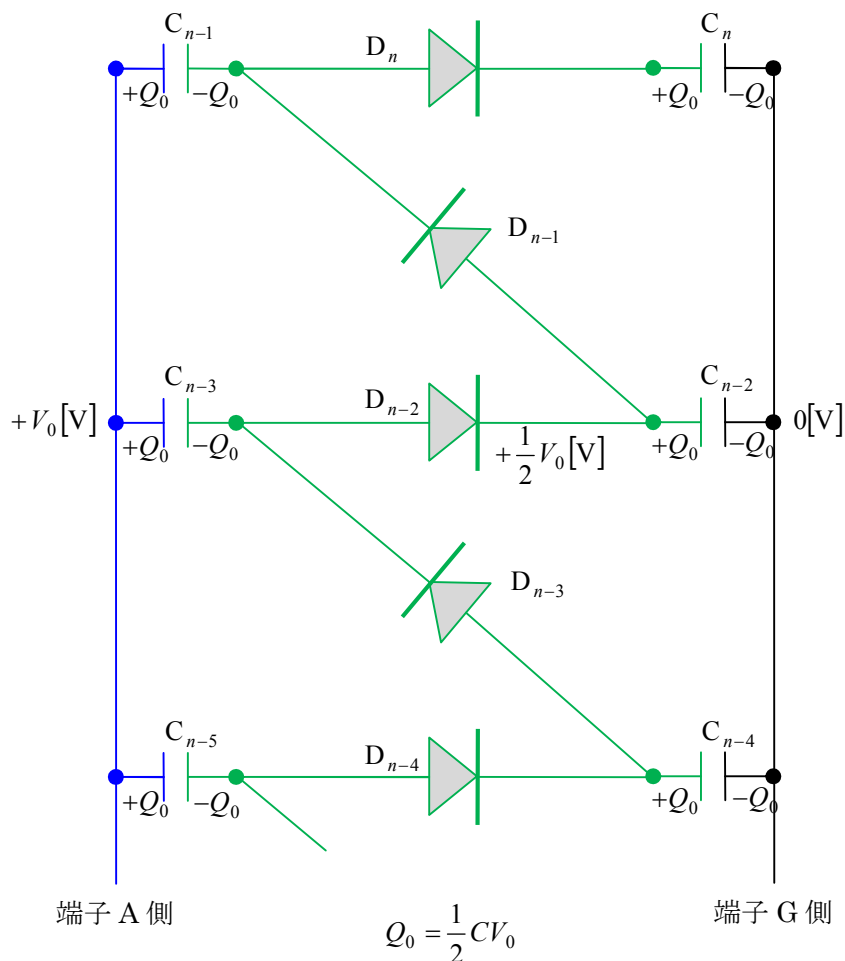
(2)

ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過した電気量 :  $CV_0$

ダイオード  $D_{n-2}$  を通過した電気量 : 0

解説

(1)の充電終了後



端子 A を  $-V_0$  にすると端子 G 側が高電位になるので、

ダイオード  $D_n$ ,  $D_{n-2}$ ,  $D_{n-4}$  の部分では、静電誘導による電荷の移動が起こらない。

したがって、ダイオード  $D_{n-2}$  を通過する電気量は 0 ……(答)

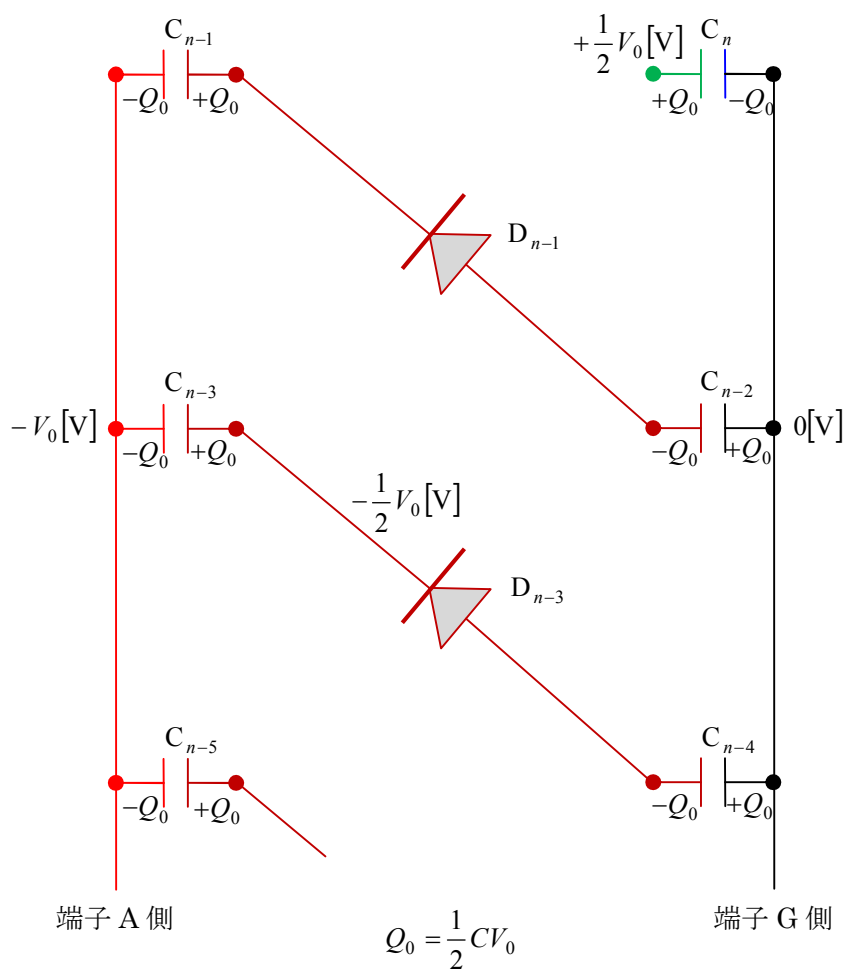
また、コンデンサー  $C_n$  は、極板の電荷の静電気力により、その電荷が保存される。

したがって、下図の回路で充電が行われる。

充電が完了したとき  $C_n$  以外のコンデンサーの極板の電荷の正負が(1)の逆になる。

よって、ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過する電気量は、 $\left| -\frac{1}{2}CV_0 - \frac{1}{2}CV_0 \right| = CV_0$  ……(答)





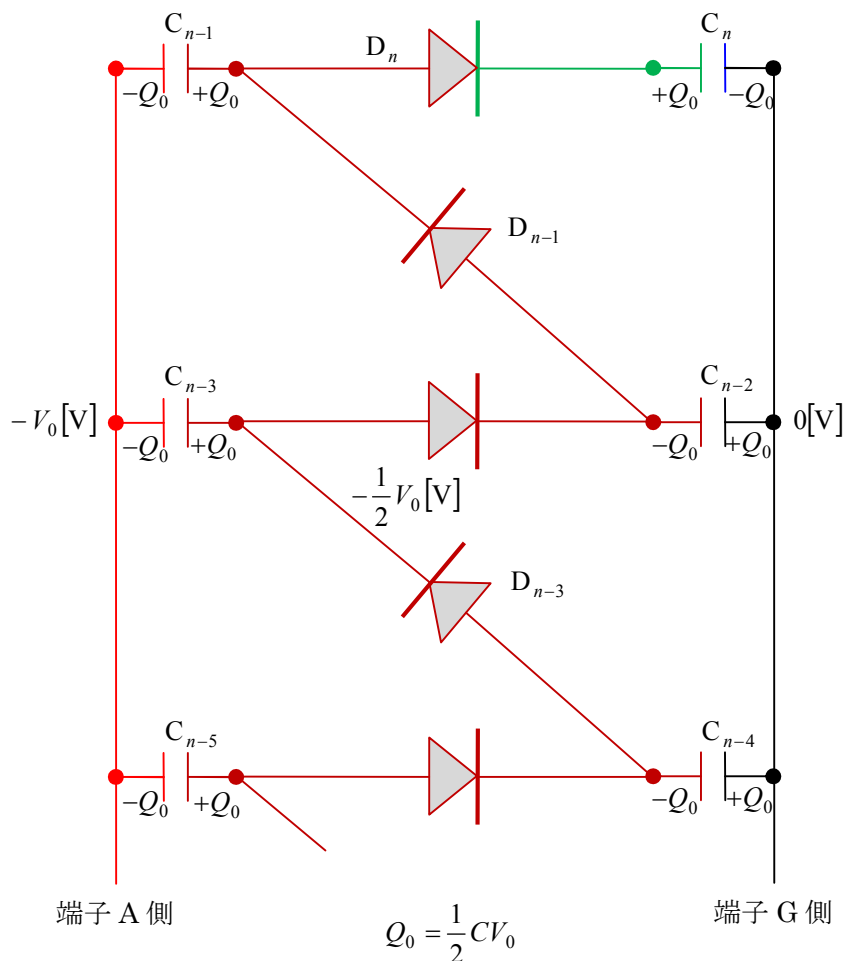
(3)

ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過した電気量 : 0

ダイオード  $D_{n-2}$  を通過した電気量 :  $CV_0$

解説

(2)の充電終了後



端子 A を  $+V_0$  にすると、端子 A 側が高電位になるから、

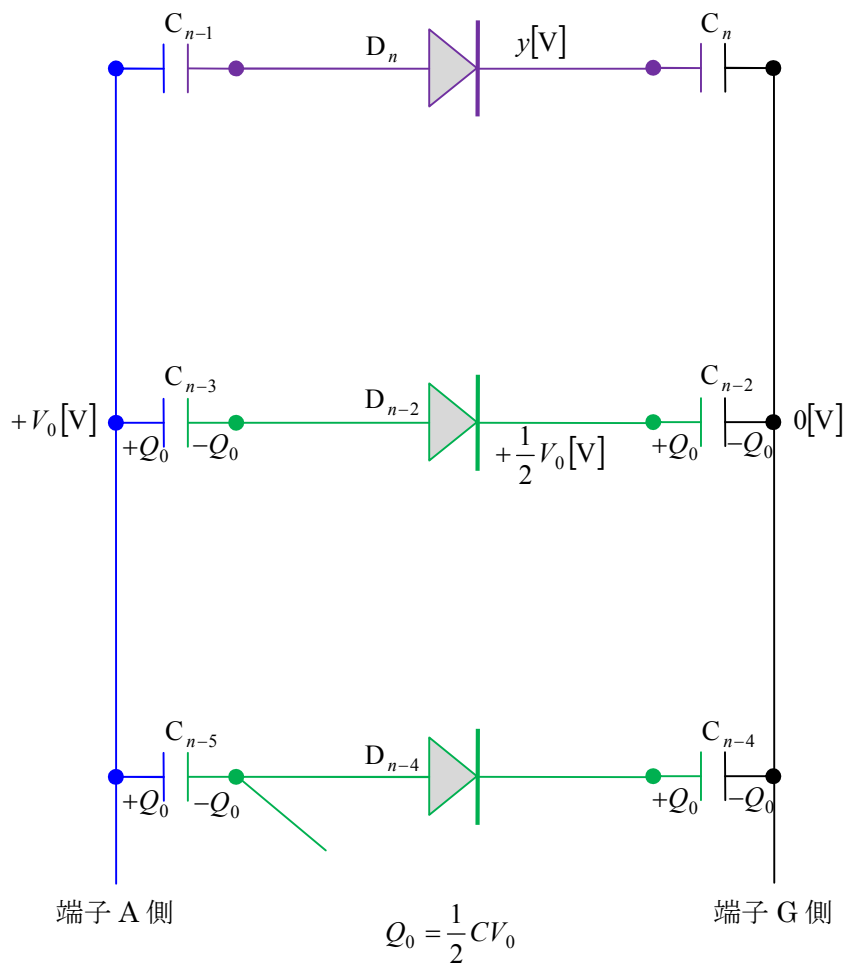
ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  の部分では、静電誘導による電荷の移動が起こらない。

よって、ダイオード  $D_{n-1}$  と  $D_{n-3}$  を通過する電気量は 0 ……(答)

したがって、下図の回路で充電が行われる。

ダイオード  $D_{n-2}$  を通過した電気量は  $\left| -\frac{1}{2}CV_0 - \frac{1}{2}CV_0 \right| = CV_0$  ……(答)

また、ダイオード  $D_n$  部分の総電荷は、(2)の充電終了後の図より、 $+2Q_0 = CV_0$  であるから、電位を  $y[V]$  とすると、電気量保存則より、 $C(y - V_0) + Cy = CV_0 \therefore y = V_0$  ……①



(4)

$$CV_0$$

解説

(2)の操作

静電誘導により, コンデンサー $C_{n-4}$ の左側極板の電荷が $+Q_0$ から $-Q_0$ に,  
コンデンサー $C_{n-3}$ の右側極板の電荷が $-Q_0$ から $+Q_0$ になる。

よって, このときダイオード $D_{n-3}$ を通過する電気量は $2Q_0$

(3)の操作

静電誘導により, コンデンサー $C_{n-3}$ の右側極板の電荷が $+Q_0$ から $-Q_0$ に,  
コンデンサー $C_{n-2}$ の左側極板の電荷が $-Q_0$ から $+Q_0$ になる。

よって, このときダイオード $D_{n-2}$ を通過する電気量は $2Q_0$

以上より,

$2Q_0$ の電気量がダイオードを通過して, まずコンデンサー $C_{n-4}$ からコンデンサー $C_{n-3}$ へ,  
続いてコンデンサー $C_{n-3}$ からコンデンサー $C_{n-2}$ へ移動したことになるから,  
ダイオードを通過してコンデンサー $C_{n-4}$ からコンデンサー $C_{n-2}$ へ移動した電気量は,

$$2Q_0 = 2 \times \frac{1}{2} CV_0 = CV_0 \quad \dots \text{(答)}$$

(5)

$$\frac{1}{2} CV_0$$

解説

(2)の操作

静電誘導により, コンデンサー $C_{n-2}$ の左側極板の電荷が $+Q_0$ から $-Q_0$ に,  
コンデンサー $C_{n-1}$ の右側極板の電荷が $-Q_0$ から $+Q_0$ になる。

よって, このときダイオード $D_{n-1}$ を通過する電気量は $2Q_0$

(3)の操作

①より, コンデンサー $C_{n-1}$ の右側極板の電荷が $+Q_0$ から $C(V_0 - y) = 0$ に,  
コンデンサー $C_n$ の左側極板の電荷が $Q_0$ から $C(y - 0) = CV_0$ になる。

よって, このときダイオード $D_n$ を通過する電気量は $CV_0 - Q_0 = \frac{1}{2} CV_0$

以上より,

$2Q_0$ の電気量がダイオードを通過してコンデンサー $C_{n-2}$ からコンデンサー $C_{n-1}$ へ移動し,  
そのうち $Q_0$ がコンデンサー $C_{n-1}$ からダイオードを通過してコンデンサー $C_n$ に移動した  
ことになる。よって, ダイオードを通過してコンデンサー $C_{n-2}$ からコンデンサー $C_n$ へ

移動した電気量は,  $Q_0 = \frac{1}{2} CV_0 \quad \dots \text{(答)}$

〔B〕

(1)

$$\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

解説

右側の金属平板の電位を  $0[V]$  とすると、左側の金属平板の電位は  $V [V]$

$$\text{これと力学的エネルギー保存則より, } qV + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

(2)

$$qGx_0 \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

解説

ローレンツ力の大きさを  $f$  とすると、

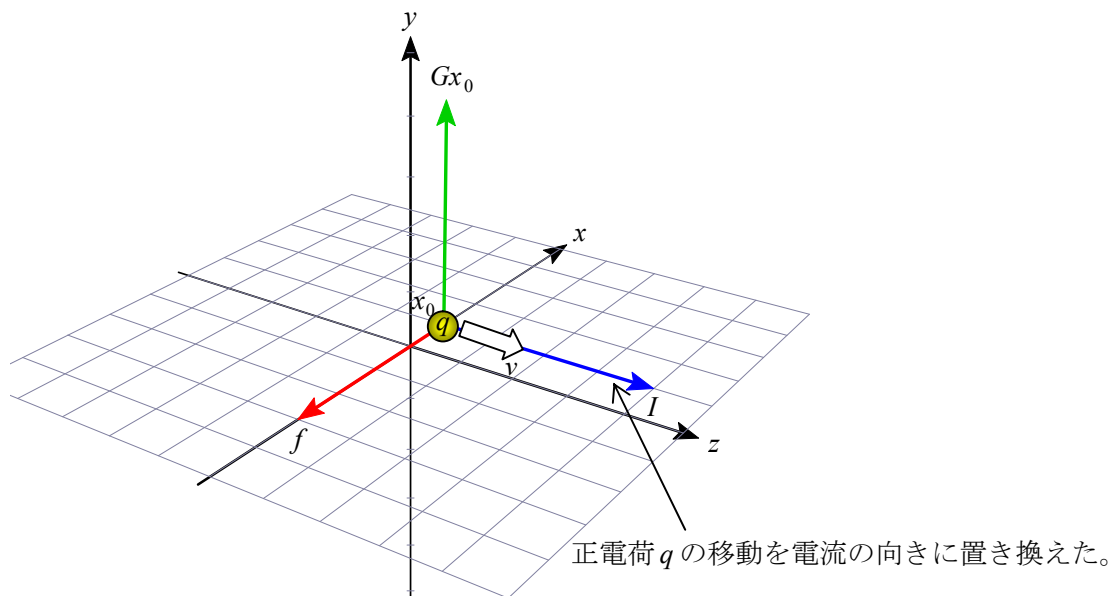
荷電粒子の速度と磁界の向きのなす角度は  $90^\circ$  だから、

$$f = qv \cdot Gx_0 \sin 90^\circ = qGx_0 \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

(a)

$x$  軸負方向

解説



正電荷  $q$  が受けるローレンツ力の向きを簡単に求めたいなら、

正電荷  $q$  の移動を電流の向きに置き換え、

フレミングの左手の法則を適用すればよい。

(3)

$$\frac{1}{Gx_0} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

解説

荷電粒子の運動の向きとローレンツ力の向きのなす角は  $90^\circ$  である。

重力を無視するから、荷電粒子はローレンツ力以外の外力を受けない。

より、

外力の荷電粒子の運動方向の仕事は  $0$  である。

ゆえに、荷電粒子は  $(x_0, 0, 0)$  でローレンツ力を向心力とする速さ  $v$  の等速円運動となる。

よって、荷電粒子の等速円運動の中心方向の運動方程式は、

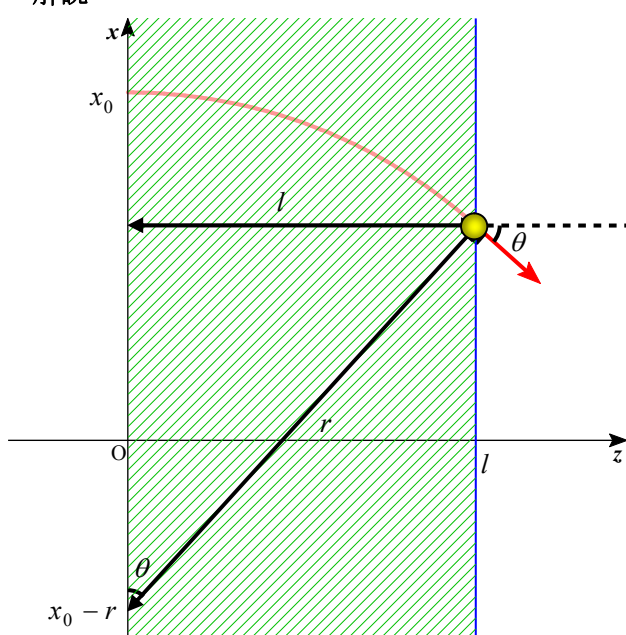
$$\text{軌道半径を } r \text{ とすると, } \frac{mv^2}{r} = qGx_0v \quad \left( v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \right)$$

$$\begin{aligned} \therefore r &= \frac{mv}{qGx_0} \\ &= \frac{m}{qGx_0} \sqrt{\frac{2qV}{m}} \\ &= \frac{1}{Gx_0} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \end{aligned}$$

(4)

$$\sin \theta = Gx_0 l \sqrt{\frac{q}{2mV}}$$

解説



荷電粒子が磁場より右側領域に

飛び出すためには、

$r > |x_0|$  であることが必要。

よって、左図より  $\sin \theta = \frac{l}{r}$

これと  $r = \frac{1}{Gx_0} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$  より、

$$\sin \theta = Gx_0 l \sqrt{\frac{q}{2mV}}$$

(5)

$$\theta = Gx_0 l \sqrt{\frac{q}{2mV}}$$

(b)

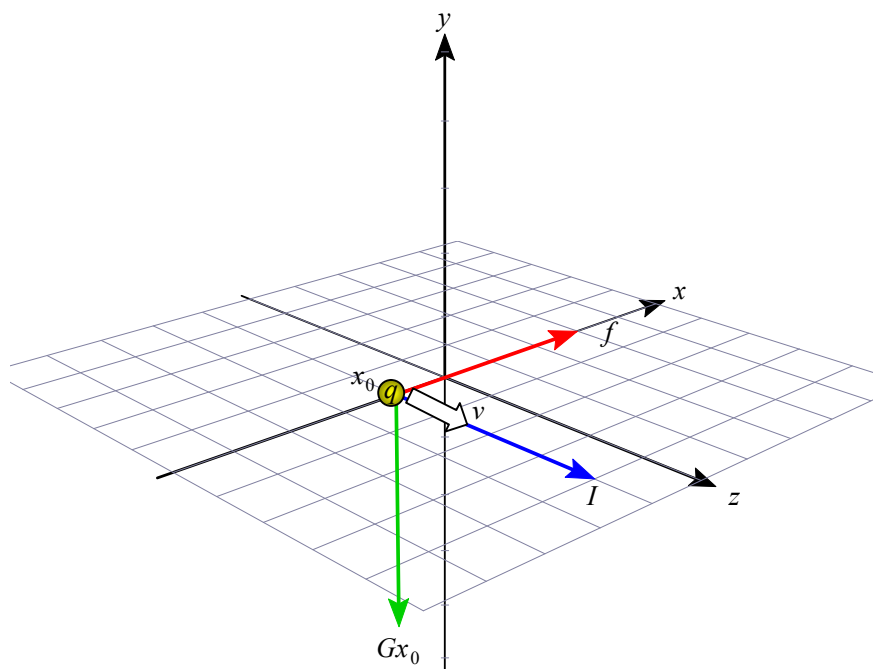
比例

(c)

$x$  軸正方向

解説

$x_0 < 0$  より，磁界の向きが  $y$  軸負方向になる。



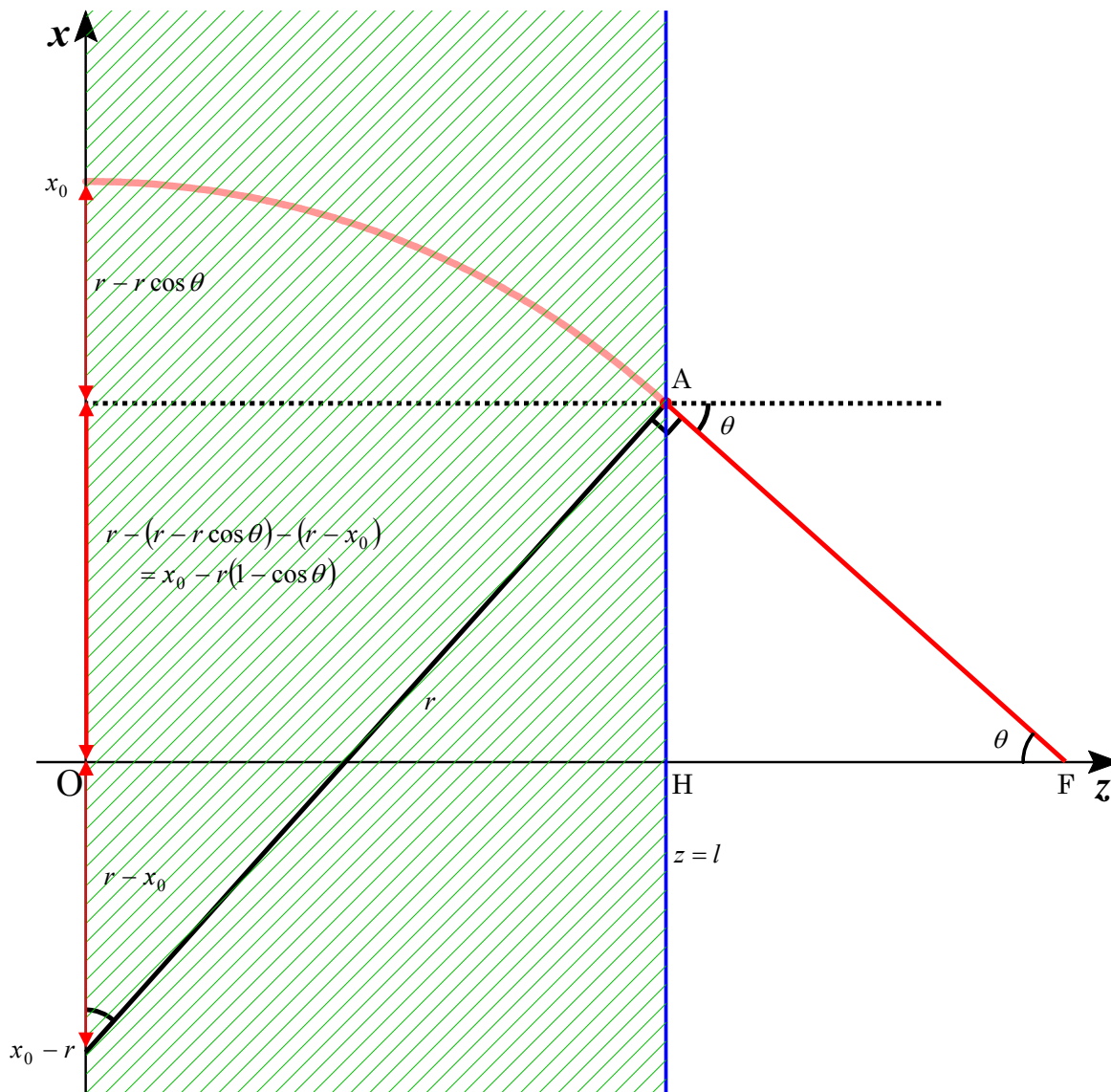
(d)

凸

(6)

$$l - \frac{Gx_0 l^2}{2} \sqrt{\frac{q}{2mV}} + \frac{1}{Gl} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \quad \text{あるいは} \quad \frac{1}{Gl} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

解説





$$\text{図より, } \tan \theta = \frac{AH}{FH} \quad \therefore FH = \frac{AH}{\tan \theta}$$

$\sin \theta = \tan \theta = \theta$  としてよいから,

$$\begin{aligned} OF + FH &= l + \frac{AH}{\theta} \\ &= l + \frac{x_0 - r(1 - \cos \theta)}{\theta} \\ &= l + \frac{x_0 - r(1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta})}{\theta} \\ &= l + \frac{x_0 - r + r\sqrt{1 - \theta^2}}{\theta} \\ &= l + \frac{x_0 - r + r\{1 + (-\theta^2)\}^{\frac{1}{2}}}{\theta} \\ &\approx l + \frac{x_0 - r + r\left(1 - \frac{1}{2}\theta^2\right)}{\theta} \\ &= l + \frac{x_0}{\theta} - \frac{r\theta^2}{2} \\ &= l + \frac{x_0}{\frac{l}{r}} - \frac{r \cdot \left(\frac{l}{r}\right)^2}{2} \\ &= l + \frac{x_0}{l} r - \frac{l^2}{2r} \quad \dots \textcircled{1} \\ &= l + \frac{x_0}{l} \cdot \frac{1}{Gx_0} \sqrt{\frac{2mV}{q}} - \frac{l^2}{2} \cdot Gx_0 \sqrt{\frac{q}{2mV}} \\ &= l - \frac{Gx_0 l^2}{2} \sqrt{\frac{q}{2mV}} + \frac{1}{Gl} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \end{aligned}$$

あるいは,  $l$  は十分小さく且つ  $r \gg l$  とすると,

$$\textcircled{1} \text{より, } l + \frac{x_0}{l} r - \frac{l^2}{2r} \approx \frac{x_0}{l} r = \frac{1}{Gl} \sqrt{\frac{2mV}{q}}$$

条件について説明不足の感が否めない問題である。

3

(1)

$$-2mv_y$$

解説

$$-mv_y - mv_y = -2mv_y$$

(2)

$$2mv_y$$

解説

1 個の分子の運動量変化 = 1 個の分子が壁から受けた力積

作用・反作用の関係より,

$$\text{壁が 1 個の分子から受けた力積} = -(-2mv_y) = 2mv_y$$

(3)

$$\frac{v_y}{2L}$$

解説

壁  $S_y$  に衝突してから再び衝突するまでの道のりの  $y$  軸に平行な成分は  $2L$  だから,

$$1 \text{ 回の衝突にかかる時間は } \frac{2L}{v_y}$$

$$\text{よって, 1 個の分子の単位時間あたりの衝突回数は, } \frac{v_y}{2L}$$

(4)

$$\frac{mv_y^2}{L}$$

解説

$$1 \text{ 個の分子が単位時間に壁に及ぼす力積は, } 2mv_y \times \frac{v_y}{2L} = \frac{mv_y^2}{L}$$

1 個の分子が単位時間に壁におよぼす平均の力を  $\bar{f}$  とすると,

$$\text{その力積は } \bar{f} \cdot 1 \text{ だから, } \bar{f} \cdot 1 = \frac{mv_y^2}{L} \quad \therefore \bar{f} = \frac{mv_y^2}{L}$$

(5)

気体分子はすべての方向に同じ確率で運動するから, どの方向をとっても,

$$\text{その速度の 2 乗平均は等しい。すなわち } \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\text{これと } v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \text{ より, } \overline{v^2} = \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = 3\overline{v_y^2} \quad \therefore \overline{v_y^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

(6)

$$\frac{Nm\overline{v^2}}{3L}$$

解説

求める力を  $\overline{F}$  とすると,

$$\begin{aligned}\overline{F} &= N \cdot \overline{f} \\ &= N \cdot \frac{mv_y^2}{L} \\ &= N \cdot \frac{m\overline{v^2}}{3L}\end{aligned}$$

(7)

$$\frac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}$$

解説

$$\frac{\overline{F}}{L^2} = \frac{Nm\overline{v^2}}{3L^3}$$

(8)

$$\frac{N\overline{v_y}}{2L^3}$$

解説

分子が単位時間内に壁と衝突するためには,

分子と壁  $S_y$  との距離が  $\overline{v_y}$  以下である必要がある。

よって, 壁  $S_y$  の単位面積からの距離が  $\overline{v_y}$  以下である分子の数は,  $N \times \frac{\overline{v_y}}{L^3}$

このうち, 半分の分子の  $v_y$  は負だから,

$$\text{求める分子数は, } N \times \frac{\overline{v_y}}{L^3} \times \frac{1}{2} = \frac{N\overline{v_y}}{2L^3}$$

(9)

$$\frac{\overline{v_y}}{2}$$

解説

$$L^3 \times \frac{N\overline{v_y}}{2L^3} = \frac{\overline{v_y}}{2}$$

(10)

$$\frac{M\overline{v}_y}{2L^3}$$

解説

(8)の  $N$  を  $M$  に置き換える。

(11)

$$\frac{\overline{v}_y}{2}$$

解説

$$L^3 \times \frac{\frac{M\overline{v}_y}{2L^3}}{M} = \frac{\overline{v}_y}{2}$$